

Les nombres têtus - 1/2

Les nombres têtus sont des nombres décimaux aux propriétés périodiques étonnantes, pourquoi les nomment-on "têtus" ? Qu'ont-ils de si particuliers ?

Pour vous faire comprendre ce qu'est un nombre têtu, étudions le premier de ceux-ci : 142857.

Voilà la première propriété d'un nombre têtu illustrée par un exemple :

$$142857 \times 1 = 142857$$

$$142857 \times 2 = 285714$$

$$142857 \times 3 = 428571$$

$$142857 \times 4 = 571428$$

$$142857 \times 5 = 714285$$

$$142857 \times 6 = 857142$$

142857 est dit "têtu" car ses multiples, jusqu'à 142857×6 , possèdent les mêmes chiffres rangés dans le même ordre mais le chiffre initial est différent pour chaque multiple.

Autres propriétés de 142857 :

$$1 + 8 = 4 + 5 = 2 + 7 = 9$$

$$14 + 28 + 57 = 99$$

$$142 + 857 = 999$$

$$142857 \times 7 = 999999$$

$$1/7 = 0,142857142857142857...$$

Pour généraliser les propriétés de 142857 aux nombres têtus, il faut tout d'abord comprendre les nombres "périodiques". Vous pouvez consulter mon article à ce sujet [ici](#)

Je n'ai pas les moyens techniques pour démontrer les formules qui vont suivre (je ne peut écrire ici de formules mathématiques) mais si vous souhaitez consulter mon article entier sur les nombres têtus, c'est par [ici](#)

Tout d'abord, définition d'un nombre têtu :

Un nombre têtu est le motif de l'inverse d'un nombre premier p composé de $p - 1$ chiffres.

Par exemple le motif de $1/7$ est 142857 composée de $7-1$ chiffres donc 142857 est têtu. En revanche, le motif de $1/13$ est 076923 composé de 6 chiffres (et non 12) donc 076923 n'est pas têtu.

Propriétés des nombres têtus :

Tout les multiples d'un nombre têtu X , composé de Y chiffres, de $1 \times X$ jusqu'à $Y \times X$ possèdent les mêmes chiffres dans le même ordre.

Cette propriété est vérifiée pour 142857, vous pouvez la tester avec le nombres têtu suivant :

0588235294117647 (le 0 à gauche est garder car il "s'exprime" dans le motif) qui est le motif de $1/17$.

Si on "coupe" en deux un nombre têtu possédant y chiffres, la somme des deux nombres obtenus est égale à $10^{(y/2)} - 1$ (le $^$ signifie "puissance")

Exemple :

$$\text{Pour } 142857 \text{ on a } 142 + 857 = 999 = 10^3 - 1.$$

$$\text{Pour } 0588235294117647 \text{ on a } 05882352 + 94117647 = 99999999 = 10^8 - 1$$

Formule d'un nombre têtu :

Un nombre x est têtu si et seulement si il est le motif de l'inverse d'un nombre premier p et le motif est composé de $p - 1$ chiffres. Ainsi :

Les nombres têtus - 2/2

$$x/(10^{(p-1)}-1) = 1/p$$

$$x = (10^{(p-1)}-1)/p$$

Merci aux courageux qui ont tout lu :)